DISSERTATIONEM ACADEMICAM,

DE FORMA ET MAGNITUDINE TELLURIS, EX DIMENSIS ARCUBUS MERIDIANI, DEFINIENDIS,

VENIA AMPL. FAC. PHIL. AB.

PUBLICO EXAMINI SUBJICIUNT

HENRICUS JOHANNES WALBECK,

Astronomiæ Observator, Reg. Acad. Scientiarum Holmiensis Soc. Correspondens,

ET

FREDRICUS WILHELMUS BRUMMER,

Nob. Aboënsis,

In Auditorio Philos. die 27 Febr. 1819.

h. a. m. s.

PARTIC. I.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

1.

Quemadmodum omnes empiricæ quantitatum determinationes approximationes tantum sunt habendæ, eodem fere modo telluris nostræ forma & magnitudo pedetentim perfectius est explorata. Exstant revera tot & tanta hac de re eruditissimorum Astronorum & Geometrarum tentamina, ut novum his addere inutile forsan esse videatur; neque manum nos ad has pagellas scribendas admovissemus, nisi cupidi fuissemus videndi, in argumento hocce gravi, quid valeat certi vel probabilis determinare theoria illa acutissima probabilitatis summi Astronomi Gaussii, quæ, quantum nobis quidem innotuit, ad hocce problema solvendum a nemine adhuc est applicata. Ope methodi Gaussianæ non tantum verosimillimi eruuntur valores incognitarum, sed etiam earum præcisio relativa, imo præcisio absoluta, si modo observationum ma-

 gnus

gnus sit numerus, & si supponere itidem liceat, has constantibus non affectas esse erroribus a). Accedit, quod data hujusmodi disquisitionibus necessaria quotidie fere augentur; sic e. gr. in novissimis ephemeridibus asiaticis (*Asiatick Researches, Vol. XII*, Lond. 1818) relatum invenimus de mensura recentissima in India Orientali a W. LAMETON egregie peracta, quæ, utpote jam ad 7° meridiani sese extendens, magni ponderis est in vera figura telluris determinanda.

2.

---

a) Recte NICOLAI: "Jetzt, wo die Probabilitäts Theorie und ihre Anwendung auf astronomische Beobachtungen und Rechnungen sehr ausgebildet worden ist, sollte man eigentlich keine astronomische Bestimmung mehr machen, ohne zugleich den Grad der Wahrscheinlichkeit zu entwickeln, welchen man ihr beizulegen berechtigt ist. Erst dadurch erhält die ganze Untersuchung einen wahren Werth, indem wir auf diese Weise theils in den Stand gesetzt werden zu beurtheilen, wie viel man sich auf die gemachte Bestimmung überhaupt zu verlassen habe, theils auch erfahren, *welches* unter den verschiedenen Elementen sich mit vorzüglicher Schärfe aus den vorhandenen Datis herleiten lasse. Alle Willkührlichkeiten werden auf diese Art verbannt und man hat nicht nöthig, bei der Bestimmung der wahrscheinlichen Grenzen der wahren Werthe der Elemente Hypothesen zu ergreifen, welche von der Art sind, dass dabei unvermeidlicher Weise jeder seine eigene Ansicht haben muss." Videsis Zeitschrift für Astronomie u. verw. Wiss. Band. I, p. 306.

2.

Notissimum est, phænomena plurima, ex attractione universali pendentia, ellipticitatem telluris intra limites $\frac{1}{300}$ — $\frac{1}{330}$ circiter requirere; quæ vero uniformitas in comparandis dimensis arcubus meridiani generatim non est inventa. Erat hoc, præsertim in comparatis antiquioribus graduum dimensionibus, solenne, ut etsi telluris formam generatim ad polos compressam demonstrarent, hæc tamen compressio, assumta forma ellipsoidica, admodum diversa ex aliis aliisque binis tantum conjunctis dimensis meridiani arcubus deduceretur. Novissimaque habemus in mensura meridiani gallici, a Delambre, Mechain cet. proprie ad definiendum novum systema mensuræ gallicum instituta, atque in mensura Anglica a Mudge eodem fere tempore facta, documenta, quæ suspicionem præbent satis magnarum telluris a forma regulari ellipsoidica aberrationum. E mensura enim illa compressio pro Gallia circa $\frac{1}{150}$ b), ex hac vero hæc pro portione meridiani Anglici circa — $\frac{1}{55}$ est re-

 perta.

b) Laplace, Mechanik des Himmels, T. II. p. 173. Delambre $\frac{1}{180}$ invenit, vide ejusd. Astronomie T. III. Paris 1814, p. 572.

perta c). Qua certitudine partiales istæ determinationes gaudeant, quas tamen minime (si etiam, quod difficile est, concedatur eas aliquid pro vera *forma* meridiani demonstrare) ultra fines, inter quos factæ sint, extendere licet, in sequentibus videbimus; etsi primarius noster scopus sit, ut inquiramus in generalem telluris ex omnibus post medium seculi præterlapsi factis graduum dimensionibus formam & magnitudinem, verosimilesque hujus determinationis errorum limites. Nam hypothesis formæ ellipsoidicæ regularis, seu æqualitatis meridianorum ellipticorum non prius est mittenda, quam demonstratum sit, differentias inter calculum & observationes inveniendas harum errores fore superaturas. Specialis quoque nobis fuit caussa hujus investigationis, nempe ut in calculis parallacticis haberemus quid certi de ipsa ellipticitate telluris, quam arbitrariam intra $\frac{1}{300} - \frac{1}{330}$ (speciatim non definita constante parallaxeos) assumunt novissimæ tabulæ lunares.

3.

Comparationem graduum dimensorum recentissimam jam instituit Rodriguez d), quæ quidem disquisitio

c) Monatl. Correspondenz, von Fr. v. Zach, Aug. 1806, pag. 142.

d) Zeitschr. f. Astron. 1817. III. B. p. 71.

quisitio elegantissima nobis videtur; sed prætérquam quod calculos suos paucissimis dimensionibus superstruxerit, præcisionem absolutam valorum a se erutorum, ignota theoria GAUSSII, non definivit. Et si in antiquioribus dimensionibus relativa præcisio observationum respiciatur, saltem exspectari potest, calculorum conclusionum gradum præcisionis auctum iri. Certe ex majori numero observationum id commodi est exspectandum, ut limites determinationum, quamvis ampliores, tamen fiant certiores. Crediderunt plurimi, creduntque a localibus caussis, diversa forma meridiani, attractione montium, &c. explicari posse aberrationes quæ sæpe sunt animadversæ; etsi vero caussam harum talem esse non generatim negemus, tamen videndum est, annon prius vitiis observationum vel instrumentorum adscribi possint, cum etiam recentissimæ observationes id satis demonstraverint, determinationes absolutas quam maxime e natura instrumenti pendere e).

Obser-

e) Sic Astronomi quidam ægre admittunt errorem 13″ in amplitudine arcus lapponici, a MAUPERTUIS dimensi; eoque vel ellipticitatem $\frac{1}{180}$ vel attractionem montium probari putant; huic explicationi vero contrariatur mensura receptior Svanbergiana, multo meliori instrumento facta, quæ bene cum regulari forma telluris conspirat, & in quam, si exstitissent, eædem attractiones, vim inferre debuissent; præterea absentiam talium aberrationum in loco ipso exa-

Observare tantum liceat, quo longius provecta sit Astronomia practica, eo etiam difficiliores evasisse subtilissimas determinationes, cum multi sint, vix cognoscendi errorum fontes, e quibus sæpe in observationes constantes redundant errores, quorum determinatio difficilis, quandoquidem nec maxima serie *iisdem* factarum rebus circumstantibus observationum detegi & eliminari possint. Numerus igitur magnus bene inter se conspirantium observationum mox non demonstrat absolutam hujus determinationis certitudinem, nisi in fontes errorum etiam inquiratur constantium.

4.

Si igitur in sequentibus nobis innotescat, omnes mensuras, præsertim recentiores, eadem ellipticitate & longitudine axeos majoris repræsentari posse, erroribus amplitudinum cœlestium non majoribus,

---

mine instituto demonstravit Cel. novæ expeditionis Auctor. (Cum tamen hæc differentia quodammodo est explicanda, nec in latitudine Tornoæ sit quærenda; forsan dubitari potest de verticalitate Sectoris zenithalis in fine boreali arcus maupertuisianæ Kittis) Scimus, sæpe montium attractioni imputatos esse errores ubi revera observator taxandus fuit. Sic P. Schiegg errorem 16'' circulo Reichenbachiano inventum ex attractione montium Bavariæ, explicavit, sed quo jure, videsis Mon. Corr. B. XXV. p. 530.

joribus, quam exspectare licuit, & quos ratio instrumentorum veterum non omnino improbabiles reddit; valde tenues apparet haberi rationes quæ jubeant hypothesin regularis formæ ellipsoidicæ rejici; præsertim cum hæc maxime theoriæ gravitatis generalis atque æquilibrii maris sit accommodata. Id vero jam in principio est observandum, summe regularem continuitatem in forma telluris non esse exspectandam, cum aperte testante experientia, terræ continentes non tantum non sint homogeneæ, sed etiam, quo longius ab oceano distent, eo altiores; quare omnes mensuras ad libellam maris reducere solent Auctores. Notissima sunt experimenta a Bouguer in Chimborazo, Maskelyne in Shehallien, v. Zach in Mont Mimet facta, imo eæ aberrationes qui Domino Mechain in Barcelona & Montjoui occurrerunt f); tales vero variationes non impediunt quominus ex omnibus hucusque factis observationibus quæratur forma

f) Recentissimum talis anomaliæ exemplum videre licet in operationibus a Zach & Inghirami Pisis factis; ubi ex observatis 120 culminationibus Polaris super. deducta est latitudo 43° 43′ 11″,68; ex 90 inf. 11″,88; ex 120 sup. culm. β Urs. min. 11″,76, 174 inf, 11″,77, medium = 43° 43′ 11″,77; quæ igitur certa esse videtur; e geodætica vero mensura, observatorium Pisanum cum Florentino conjungente, eruitur latitudo 43° 43′ 19″,4. Videsis Zeitschr. f, Astr. 1818, März, April, p. 223 sqq.

ma telluris generalis; quo autem hoc fiat, apta non est methodus binas comparandi mensuras graduum, qua ratione telluris irregularitates majores quam revera sunt, apparebunt; sed sumendæ sunt omnes conjunctim, ut p r methodum quadratorum minimorum verosimillimi incognitarum eruantur valores. Innotescet sic tam ellipticitas, quam longitudo *metri*, de cujus vero valore ex novissima mensura gallica resultant conclusiones, paullulum diversæ ab iis, quæ fundamenti loco jam ante viginti annos sunt stabilitæ.

5.

Ut autem habeamus incognitarum valores approximatos, & ut videamus, quam bene inter se conspirent mensiones novissimæ, quo pateat, an his solis certior quam omnibus, etiam antiquioribus minoris præcisionis mensurationibus, superstruatur telluris theoria; primo ex iis tantum in formam meridiani inquiramus. Posito igitur

S = gradui medio Meridiani, seu $\frac{1}{90}$ parti quadrantis;

ϱ = ellipticitati, in partibus axeos majoris;

α = diff. Latitudinum $\varphi\ \varphi_{,}$ punctorum extremorum arcus meridiani dimensi, quorum sit distantia terrestris = Δ;

Habe-

Habebimus, si in primo computo præliminari ϱ^2 &c. evanescentes spectentur, secundum Ill. LAPLACE, Arcum meridiani inter æquatorem & punctum Latitudinis φ, $= S\left(\varphi - \frac{3}{4}\varrho.\frac{180}{\pi}\sin 2\varphi\right)$ g) quam formulam fundamenti loco præsenti disquisitioni supponimus. Erit igitur, si α sec. sexages. exprimitur

$$\frac{3600.\Delta}{S} = \alpha - \frac{3}{2}.\frac{180.60^2}{\pi}\sin(\varphi' - \varphi)\cos(\varphi_{,} + \varphi).$$

Assumatur $S = s\left(\frac{1}{1-m}\right) = s(1 + m + \&c.)$, resultat hæc æquatio, (quam ita disposuimus, ut clarius innotescat, quam necessaria sit latitudinum seu potius amplitudinum determinatio exacta):

$$\frac{3600}{s}.\Delta - \frac{3600}{s}.\Delta m = \alpha - \frac{3\varrho}{\sin 2''}\sin\alpha\cos(\varphi' + \varphi).$$

Sumto vero $s = 57000$ tois., (Unitas mensuræ nobis in sequentibus erit, ut apud Auctores invaluit mos, pertica Gallica, Toise de fèr de Pérou, calore $13^\circ R. = 16{,}2\ C$) æquatio sequentem induit formam simplicissimam:

g) Mechanik des Himmels, T. II. p. 172.

$$C\Delta - \alpha = C\Delta m - c \sin \alpha \cos(\varphi' + \varphi)\varrho;$$

Ubi log. $C = 8{,}8004276$, log $c = 5{,}49052$.

Si Δ pedibus Anglicis exprimatur, erit, posita ratione mensuræ Gallicæ & Anglicæ $\frac{4{,}263}{4{,}000}$ h)

log $C = 7{,}9946211$.

6.

Mensurationes, quæ summam fidem merentur, hæ sunt i):

A) Mensura Peruviana, a BOUGUER & LA CONDAMINE a. 1742, 1743 facta. Etsi multum de accuratione hujus expeditionis sit disputatum, magnaque dubia de instrumentorum ibi adhibitorum bonitate in medium prolata, patet tamen hanc mensuram ob proximitatem æquatoris magni esse ponderis. Nova reductione a v. ZACH facta, hæ quantitates esultant: Δ in altitudine $1226^{t} = 176940^{t}$, quare ad

h) Philos. Tr. 1812, p. 329 Conn. d. T. 1816, p. 259, v. ZACH, Attraction des Mont. Mars. 1814, T. I, p. 338. v. ZACH, Tables du Soleil, Flor. 1809 &c.

i) Cum paullo diversæ soleant hæ quantitates ab Auctoribus tradi, nos inmediate ex fontibus hausimus, neque data quodam modo alteravimus, ne suspicio favoris nostri in hypothesin quandam præsumtam lecturo oriretur.

ad libellam maris $\Delta = 176874'$, $\alpha = 3° 7' 3'',79$, ex contemporaneis LA CONDAMINE in Mama Tarqui & BOUGUERI in Cotquesqui Dec. 1742 — Jan. 1743 factis observationibus; quæ jam data calculo nostro substernere placet. Conspirat quod alio modo etiam invenit v. ZACH, sc. $\alpha = 3° 7' 4'',65$ k) DELAMBRE vero, novo examine invenit $\alpha = 3° 7' 3''$ $\Delta = 176877$ l). $\varphi_{,} + \varphi = - 3° 2' 1''$.

B) Mensura Indica major a W. LAMBTON annis 1805 — 1811 in longitudine meridiani fundamentalis 77° 40' Or. a Grenovico, ubi inventa sunt, si minores amplitudines primo heic omittantur,

 Am-

---

k) Monatl. Corr. 1812. 2. 52 sqq. Objectiones, quæ contra hanc mensuram occurrunt in M. Corr 1807, Oct pag. 301 sqq. nobis judicibus vim non infringunt determinationis a v. ZACH factæ, qui calculos suos observationibus quæ a BOUGUER & CONDAMINE certissimæ declarantur superstruxit; quod, ne nimis lectori tædii adducamus, brevitatis caussa heic demonstrare supersedemus. De cetero observandum mensuram hanc Bouguerii, etiamsi quodammodo incerta sit, ad falsas conclusiones non ducere, cum duæ sequentes graduum dimensiones æquatori sint sat propinquæ, & conjunctim amplitudinem fere triplam amplitudine arcus æquatorialis efficiant; præterea sine dubio sunt exactiores, ut ex comparatis distantiis zenithalibus facillimum est visu.

l) *Astronomie*, Tom. III. pag. 567.

Amplitudo intra Punnæ & Namthabad ex 13 bene inter se conspirantibus stellis sectore zenithali observatis $\alpha = 6° \; 56' \; 22'',25$,

$\Delta = 2518223,4$ p. angl. cal. 62° F.

$\varphi + \varphi_{,} = 23° \; 15' \; 38''$ m).

C) *Mensura Indica minor* long. meridiani principalis 79° 47′ or. a Grenovico, etiam a LAMBTON facta; ubi ex observatis Aldebaranis distantiis zenithalibus sunt inventa

Latitudo Paudree = 13° 19′ 49″,02
Lat. Trivandeporum = 11 44 52,59;

$\Delta = 574337,0$ p. a. n)

D) *Mensura Gallica* a MECHAIN, DELAMBRE, BIOT & ARAGO instituta. Quantitates inde resultantes post novissimas observationes, & si arcus iste mensuratus usque ad Grenovici observatorium extendatur, colligere licet ex DELAMBRE Astronomie, Paris 1814, T. III. p. 566 o)

$\Delta =$

m) Videsis de recentissima hac operatione, quam adhuc longius, boream versus extendere conatur Auctor, Asiatick Researches, Vol. XII. Lond. 1818. pag. 294 sqq.

n) Cfr. Asiatick Res Vol. VIII. p. 184, 185. 193, nec non Zeitschr. f. Astr. 2 B. p. 86 sq.

o) Tabulæ e quibus hæc data sunt deducta, vitiis quibus:

$$\Delta = 730431',3$$

Latitudo Formentera $= 38^\circ\ 39'\ 56'',11$

Lat. Grenovici sec. Bessel $= 51^\circ\ 28'\ 39'',56$

Unde $\alpha = 12^\circ\ 48'\ 43'',45$; $\varphi' + \varphi = 90^\circ\ 8'\ 36''$; unde patet arcum meridiani gallicum minime ab ellipticitate, maxime vero a S pendere.

E) *Mensura Anglica* a W. Mudge annis 1800 — 1802 facta. Deducta sunt his ex observationibus, si maximo tantum arcu utamur, inter puncta extrema Dunnose & Clifton p)

$$\alpha = 2^\circ\ 50'\ 23'',38$$
$$\Delta = 1036337 \text{ p. a.}$$
$$\varphi_{,} + \varphi = 104^\circ\ 4'\ 40''.$$

F) *Mensura Lapponica*, a Svanberg, Öfverbom, Palander & Holmqvist annis 1801 — 3, antiquioris istius Maupertuisianæ loco substituta. Distantia parallelorum extremorum $\Delta = 92777',98$, in suppositione virgam ferream longitudine dupli metri

---

dam typographicis scatent, quæ corrigenda sunt. Rodriguez ponit $\Delta = 730430,7$. Z. f. Astr. 3 B. p. 74. $\varphi' = 51^\circ\ 28'\ 38'',0$, quæ secundum Pond & Bessel vera forsan 1'' minor.

p) Phil. Trans. 1803, p. 383, 384 sqq.

tri ibi adhibitam in calore 0° *c* (& non calore 16°,2. *c.*) æquale fuisse duplici metro normali Instituti Parisiensis, quod ipsum in puncto congelationis æquale est 2. 443,296 lineis in toise de fèr de Peròu captis, hac pertica calorem 16,2 habente; cujus suppositionis veritatem (de qua dubius hæsit Cel. Auctor) colligere licet ex LAPLACE Exposit. du Système du Monde, 4:me Ed. Paris 1813, p. 63 q); Præterea per refractionem Besselianam & Laplacianam inveni r)

$$\alpha = 1^\circ\ 37'\ 19'',55$$
$$\varphi_{\prime} + \varphi = 132^\circ\ 40'\ 20''$$

7.

---

q) Conf. SVANBERG Exposition &c. St 1803, pag. 162, 192. Cum a multis Auctoribus sint quærelæ de certitudine ipsius metri in medium prolatæ; juvat afferre sequentia, quæ demonstrant, has fuisse iniquas: "Quoiqu' il en soit, c' est toujours au mètre légal qui est représenté par une règle de platine soumise à la temperature de la glace fondante, et dont la valeur est 443,296 lignes de toise de Perou, pris à 13° du thermomètre du Reaumur, que l'on doit rapporter comme par le passé, toutes les mésures géodesiques." PUISSANT, Traité de Topographie et Nivellement. Supplement, Paris 1810, p. 29.

r) Cum Celeberrimus Auctor de exactitudine refractionis Bradleyanæ, præsertim coëfficientis thermometricæ dubitaverit, aliamque etiam adhibuerit secundum mentem Cel. PRONY, nos tam ex formula LAPLACII & constante Delambreana, seu tab. refr. in Tables Astronomiques, par le Bureau de longitudes (ubi tabula VII. pro correctione

7.

Ut calculus commodior s) evadat, sumamus

$m' =$

thermometrica, non est erronea, ut credidit LITTROW, quod videtur e Conn. d. Temp. p. l. An 1820, pag. 387) quam ex formula BESSELII refractiones quæsivimus; habuimusque pro Mallörn conspirantibus his formulis refractiones:

23″,94, 24″,18, 24″,48, 24″,65, 24″,67, 24″,44, 24″,89;

mediamque correctionem refractionis Bradleyanæ = + 0″,22. Pro observationibus in Pahtavara institutis, in culminatione Polaris superiore,

22″,94, 24″,30, 24″,50, 23″,89, 23″,85, 23″,47, 23″,63;

mediamque correctionem = + 0″,18; & pro duabus seriebus in culminatione inferiore captis refractiones 28″,83, 29″,58, seu correctiones = + 0″,28, 0″,35; Unde si declinatio a SVANBERG inventa adhibeatur (5 Oct. 1802 secundum DELAMBRE est 88° 15′ 19″,14, SVANBERG 17″,52, & BESSEL 18″,48),

Latitudo Mallörn = 65° 30′ 50″,05, Pahtavaræ = 67° 8′ 49″,60; unde patet, refractionem Bradleyanam nullo errore amplitudinem affecisse. Paulo mutarentur hæc data, si declinatio secundum BESSEL, saltem in observationibus in Mallörn factis, aberratio & nutatio secundum formulas solitas observationibus applicerentur. Formulam de cetero Besseli his etiam climatibus esse accommodatam, demonstrant duæ istæ observationes Solis die 23 Dec. 1802 & 5 Jan. 1803 captæ, V. l. c. p. 163.

s) Hoc respectu sunt commendandæ BARLOW New Mathematical Tables, Lond. 1814, quarum commoditatem usu edocti magnam invenimus, ad numericos computos breviores reddendos.

$m' = 1000\,m$, $\varrho' = 1000\,\varrho$; & sic resultant ex dimensis sex his arcubus meridiani æquationes sequentes:

$$
\begin{aligned}
A)\ 0 &= 52'',80 + 11,171\,m' - 16,803\,\varrho' \\
B)\ 0 &= 110'',00 + 24,872\,m' - 34,343\,\varrho' \\
C)\ 0 &= 23'',76 + 5,673\,m' - 7,738\,\varrho' \\
D)\ 0 &= -\ 9'',05 + 46,131\,m' + 0,172\,\varrho' \\
E)\ 0 &= -\ 12'',43 + 10,236\,m' + 3,729\,\varrho' \\
F)\ 0 &= -\ 20'',11 + 5,860\,m' + 5,936\,\varrho'.
\end{aligned}
$$

Quas æquationes singulas æquali præcisione in amplitudinibus assumimus. Patet jam, arcum indicum B), æquatorealem atque svecanum ϱ, atque gallicum & indicum S proprie determinare. His invenitur, per methodum quadratorum minimorum:

$$
\begin{aligned}
0 &= 2797,99 + 3042,86\,m' - 1004,90\,\varrho' \\
0 &= -\ 5016,07 - 1004,90\,m' + 1570,84\,\varrho'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m' &= +\ 0,17120,\ \text{præcisio} = 48,99 \\
\varrho' &= +\ 3,3027,\ \text{præcisio} = 35,20,
\end{aligned}
$$

sumta præcisione observatarum amplitudinum cœlestium in secundis sexagesimalibus expressarum = 1. Cum sit $S = s\,(1 + m + ..)$ habetur

Gradus medius seu $\frac{1}{90}$ pars Quadrantis Meridiani = 57009',76

Ellipticitas = $\frac{1}{302,78}$.

Longi-